

La construction de réponses à des problèmes impossibles

Maria Luisa Schubauer-Leoni et Ladislav Ntamakiliro

Volume 20, numéro 1, 1994

Constructivisme et éducation

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/031702ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/031702ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Revue des sciences de l'éducation

ISSN

0318-479X (imprimé)

1705-0065 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Schubauer-Leoni, M. L. & Ntamakiliro, L. (1994). La construction de réponses à des problèmes impossibles. *Revue des sciences de l'éducation*, 20(1), 87-113.
<https://doi.org/10.7202/031702ar>

Résumé de l'article

Cet article se propose d'illustrer la dynamique de construction de réponses à des problèmes impossibles. En fonction du cadre conceptuel, situé à l'articulation de problématiques psychologiques et didactiques, un modèle d'analyse des différents plans de rationalité en jeu dans la fabrication des réponses des élèves est présenté et discuté. Le choix de problèmes impossibles de différentes complexités s'avère ainsi un moyen de recherche particulièrement fructueux pour montrer les effets de contrat (expérimental et didactique) sur les réponses des élèves et les intrications entre les dimensions « publiques » et « privées » dans l'élaboration de réponses pour l'expérimentateur. Des exemples choisis de comportements de réponse chez des élèves de 10-11 ans viennent illustrer les plans de construction préalablement décrits.

La construction de réponses à des problèmes impossibles

Maria Luisa Schubauer-Leoni
Professeure

Ladislav Ntamakiliro
Chercheur

Université de Genève

Résumé – Cet article se propose d'illustrer la dynamique de construction de réponses à des problèmes impossibles. En fonction du cadre conceptuel, situé à l'articulation de problématiques psychologiques et didactiques, un modèle d'analyse des différents plans de rationalité en jeu dans la fabrication des réponses des élèves est présenté et discuté. Le choix de problèmes impossibles de différentes complexités s'avère ainsi un moyen de recherche particulièrement fructueux pour montrer les effets de contrat (expérimental et didactique) sur les réponses des élèves et les intrications entre les dimensions «publiques» et «privées» dans l'élaboration de réponses pour l'expérimentateur. Des exemples choisis de comportements de réponse chez des élèves de 10-11 ans viennent illustrer les plans de construction préalablement décrits.

La problématique relative à la compréhension du comportement d'un individu face à un problème n'appartient, en soi, ni à la psychologie en tant que science du sujet connaissant ni à la didactique en tant que science des conditions d'émergence des connaissances du sujet inscrit dans un projet d'acculturation institutionnel. Pour situer notre propos, nous ferons appel à des travaux issus de la psychologie cognitive mais aussi sociale et à des études et problématisations plus typiquement didactiques. L'enjeu étant à la fois de participer à la compréhension du fonctionnement de l'élève en situation scolaire et de nourrir le débat sur la nature du sujet didactique; nous sommes en effet persuadés que, dans l'état actuel d'avancement de la didactique et de la psychologie, c'est dans le sens de leur articulation et non de leur isolement qu'il convient de travailler.

La réponse cognitive comme construction

Pour montrer la pertinence d'une entrée dans la problématique didactique de la résolution de problèmes par le truchement de «problèmes impossibles»¹, nous devons préalablement cadrer l'approche constructiviste qui caractérise notre travail

de recherche. En effet, cette contribution prend place dans le courant socioconstructiviste qui argumente en faveur d'un modèle ternaire selon lequel le rapport d'un *ego* au monde et à ses objets est toujours médiatisé par un *alter* réel ou virtuel (Carugati, 1991; Doise, 1985; Gilly, 1991; Moscovici, 1984). À l'intérieur de ce courant psychosocial, qui met en cause le bien-fondé d'une perspective constructiviste de conception «individualiste», nous proposons, avec d'autres auteurs (Perret-Clermont et Nicolet, 1988), de ne pas réduire le débat aux oppositions classiques entre «inné/acquis, imitation/construction, élaboration *hic et nunc* des réponses/actualisation de potentialités préexistantes» et «d'accorder à la réponse cognitive le statut d'une construction» (Iannaccone et Perret-Clermont, à paraître). Un tel choix, qui est loin d'être un choix de facilité, aborde le problème de la connaissance par le biais des situations conjoncturelles et observables dans lesquelles émergent les réponses des individus. Le statut des réponses est alors analysé en postulant que «bien que n'étant jamais totalement nouvelle, la réponse s'élabore dans le *hic et nunc* de la situation sociale dans laquelle l'individu est confronté et s'appuie à la fois sur l'expérience qu'il a acquise et sur l'"hérité culturelle" qu'il a à sa disposition» (Iannaccone et Perret-Clermont, à paraître). La conduite de réponse observée est ainsi renvoyée au problème de sa signification²: triple signification en l'espèce, puisqu'il s'agit de la penser depuis le point de vue de celui qui la manifeste en tant que réponse, depuis la place de celui qui a formulé la question³ et enfin depuis le point de vue du chercheur qui étudie le phénomène et interprète la conduite pour la décrire et pour l'expliquer.

Ce courant psychosocial partage avec le courant historique et socioculturel issu des travaux de Vygotsky (1977) le principe d'indissociabilité individu/environnement en inscrivant l'activité cognitive dans un contexte interindividuel, culturel et institutionnel. En considérant l'activité cognitive comme étant de nature essentiellement sociale et intersubjective, ces perspectives théoriques comportent des changements conceptuels et méthodologiques allant dans le sens d'un déplacement de l'unité d'analyse considérée minimale: l'individu n'étant pas étudié pour lui-même mais pris dans l'interaction avec autrui, l'interaction elle-même devient unité d'analyse (Grossen, 1993).

Un système ternaire de relations et ses contrats

C'est le système de rapports constitués par la triade questionneur-questionné-objet de questionnement qu'il s'agit d'explorer et qui constitue l'objet d'étude incontournable de notre approche. De tels systèmes de rapports ont déjà été analysés à partir du cadre interprétatif permis par l'existence d'un «contrat de communication» (Blanchet, 1987; Ghiglione, 1986, 1987) créant et réunissant lesdites instances. Le principe d'un «contrat» de communication renvoie à l'existence de systèmes de normes, de valeurs, de règles tacites venant structurer toute relation sociale et se trouve à la convergence de préoccupations théoriques issues de divers

domaines tels que l'ethnométhodologie, la psychosociologie, la sociolinguistique, la pragmatolinguistique. La notion de contrat de communication a d'ailleurs été nuancée en fonction de la nature spécifique du contrat en jeu faisant appel à des cultures institutionnelles *ad hoc*: ainsi un contrat expérimental réunit l'expérimentateur, le sujet et l'objet d'expérience, sous le contrôle de la culture qui préside ce lieu ou cet espace particulier, le contrat didactique régit en revanche l'interaction maître-élève-objet d'enseignement au sein de l'espace didactique⁴ (Elbers, 1986; Grossen, 1988; Grossen et Bell, 1988; Schubauer-Leoni, 1986a, 1986b, 1988; Schubauer-Leoni, Bell, Grosser et Perret-Clermont, 1989).

Dans la théorie didactique, la notion de contrat didactique (Brousseau, 1990; Chevallard, 1988; Schubauer-Leoni, 1986b, 1988) permet de spécifier la nature de ce contrat. Les droits et les devoirs qui relient les partenaires de la relation didactique sont notamment déterminés par le projet – social et inscrit dans les institutions – qui vise l'acquisition par les élèves d'un savoir dûment transposé⁵.

Dans un contexte de questionnement tel que celui représenté par le face-à-face entre l'expérimentateur et l'élève à propos de la résolution d'un problème, la communication qui s'établit entre les deux instances humaines se fait dans le respect (ou en rupture) de certaines règles tacites dont les caractères principaux et pérennes renvoient (à la suite de Ghiglione, 1986, 1987) aux principes de pertinence, de cohérence, de réciprocité et d'influence⁶. De telles règles à caractère général sont à l'œuvre à la fois dans le cadre d'un contrat didactique et dans un contrat expérimental. La distinction entre ces deux types de contrats est d'ailleurs dépendante de la place depuis laquelle on interprète la situation. En effet, on a insisté ailleurs (Schubauer-Leoni, 1988; Schubauer-Leoni *et al.*, 1989) sur le fait que la différenciation entre contrat didactique et contrat expérimental tient essentiellement aux intentions et aux finalités tacites attribuées à la situation par l'acteur en position haute (l'expérimentateur ou l'enseignant). Quant à l'élève, il aurait tendance à reconduire la signification aux règles du contrat didactique dont il a l'expérience au quotidien et ceci, même si l'adulte en présence a préalablement construit son questionnement comme relevant d'un contrat expérimental (Grossen, 1988). L'étude du fonctionnement de l'élève en situation expérimentale se révèle donc particulièrement délicate puisqu'il s'agit d'identifier les significations attribuées par l'élève et par l'expérimentateur en fonction des contrats auxquels chacun se réfère tacitement. Il est ainsi possible que, dans certains cas, on assiste à des quiproquos qui tiennent essentiellement à la non-concomitance des mondes de référence de chacun. L'étude de ce qui se passe dans le contexte d'une séance expérimentale doit donc pouvoir rendre compte de l'articulation entre les règles du contrat expérimental telles qu'elles sont mises en œuvre par l'expérimentateur et les règles du contrat didactique véhiculé par ailleurs par la pratique scolaire, telles qu'elles sont importées dans la séance par l'élève.

Coconstruire un monde supposé commun

Entrer en rapport avec un objet d'apprentissage ou d'évaluation au sein d'une relation didactique (ou expérimentale) revient à coconstruire, *hic et nunc*, un monde supposé commun. Or, une telle construction met en jeu divers plans en interaction étroite. La figure 1 schématise les divers plans de construction (représentés sous forme de coordonnées) susceptibles d'être à l'œuvre dans le fonctionnement d'un élève interrogé dans le cadre d'un contrat, tacite, de type expérimental.

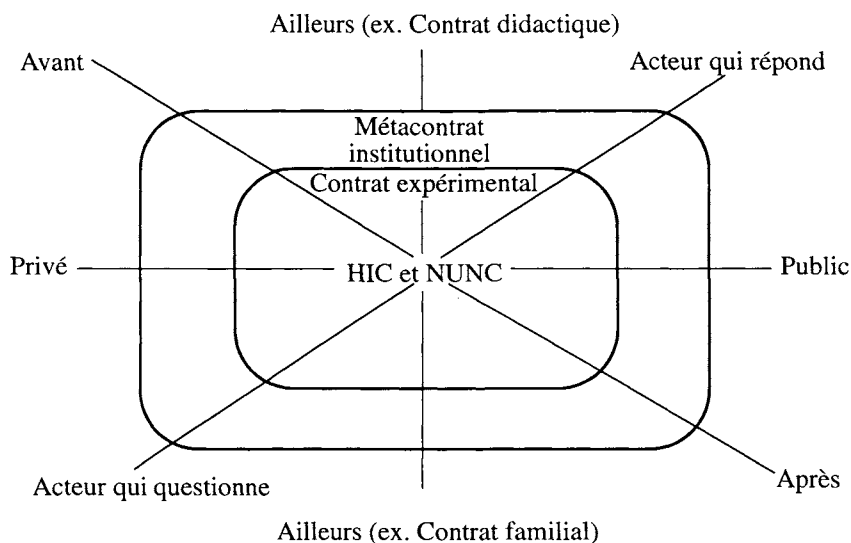


Figure 1 – Coordonnées de la construction d'une réponse dans le cadre d'un contrat expérimental

Le *hic et nunc* dans lequel se déroulent les enchaînements d'actes de questionnement et de réponse est représenté comme étant d'abord régi par un métacontrat institutionnel au sens de Rommervet (1974). Il s'agit d'un contrat sur le contrat expérimental qui gère une première strate de droits et de devoirs des interactants et, par conséquent, un premier niveau de significations relatives à ce qui est censé se passer dans un tel espace de parole. Nous situons les présupposés de Ghiglione (1986, voir note 7) à ce niveau métacontractuel. En référence au modèle de Rommervet (1974) relatif à l'architecture de l'intersubjectivité nécessaire à toute communication, la figure rappelle l'existence d'un ailleurs, également supposé partagé par les acteurs qui interagissent ici et maintenant. Cet ailleurs fait notamment appel à l'existence d'autres contrats dont les acteurs peuvent avoir l'expérience: le contrat didactique occupe ici une place privilégiée, mais le contrat familial supposé régir les interactions au sein de cette institution est également mentionné. Un autre axe représente la dimension temporelle relative à toute relation de questionnement et susceptible, en tant que telle, de faire évoluer les significations respectives.

Tout en distinguant l'axe humain par les rôles respectifs de questionneur et de questionné, la figure 1 polarise l'analyse sur un nouvel axe que nous empruntons à Chevallard (1988) et qui concerne le clivage entre composante publique et composante privée. La dichotomie public/privé recouvre, d'un côté, ce que chaque partenaire élabore pour lui-même, de façon privée et qu'il ne juge pas utile ou nécessaire de rendre visible⁷ et, de l'autre côté, ce que les sujets mettent en visibilité pour l'interlocuteur à travers divers canaux et systèmes de signifiants, à l'intérieur de telle institution. Pourtant, ce clivage n'est pas absolu, comme le rappelle Chevallard (1992), «il est relatif à l'institution I, et ce qui du rapport personnel se dérobe à telle institution pourra apparaître en pleine lumière à telle autre» (p. 91). C'est d'ailleurs par le jeu même de ce clivage que l'élève joue avec l'institution et négocie sa place et sa liberté au fil des expériences de questionnement et de réponse.

Cette coordonnée nous paraît de grande importance puisqu'elle permet de distinguer deux plans de rationalité que nous avons appelés le plan de rationalité A (l'élève est à la fois centré sur le traitement du problème et sur la production d'une réponse pour soi) et le plan de rationalité B (l'élève se centre sur la recevabilité de cette réponse en fonction des attentes supposées du questionneur). Or, ces deux plans de rationalité sont l'objet d'un traitement privé et prennent ensuite une forme «publique» par l'extériorisation et la formulation des réponses pour l'expérimentateur. Inutile d'ajouter qu'il s'agit là d'un processus dialectique qui s'inscrit dans un déroulement temporel: les diverses manifestations publiques et l'accueil dont elles bénéficient venant nourrir de nouvelles fabrications privées et ainsi de suite.

Le problème de l'articulation entre l'interne et l'externe n'est pas neuf. Bien que la fonction qu'assume une telle problématique ne soit pas la même d'un cadre théorique à l'autre et dépende de l'histoire et des filiations des cadres de pensée, cette problématique resurgit constamment. Certaines approches de la métacognition sont intéressantes de ce point de vue. Ainsi, Allal et Saada-Robert (1992) développent une analyse originale de la métacognition et des mécanismes de régulation en situation scolaire. Ces auteures distinguent notamment quatre degrés d'explicitation des régulations des processus cognitifs, depuis les «régulations implicites et intégrées au fonctionnement cognitif», jusqu'aux «régulations instrumentées» (avec support externe), en passant par des «régulations explicites» et «explicitées». De plus, ces trois dernières régulations sont présentées comme se situant sur un continuum de prise de conscience ressentie et extériorisée. Bien que ces chercheuses ne fassent pas explicitement référence, dans cet article, au rôle du questionneur dans l'émergence de ces divers degrés d'explicitation des régulations, nous considérons heuristiquement utile de penser que la dynamique du processus, tel qu'elles le décrivent, puisse aussi dépendre des enjeux du *hic et nunc* du questionnement.

C'est pour les besoins de l'analyse que nous envisageons de disséquer ainsi des faits relatifs aux actes de questionnement et de réponse, mais nous ne pensons

nullement que dans le fonctionnement même de la relation, les sujets dissocient, dans le temps, de tels ingrédients de leur comportement pratique. De plus, sans réduire la cognition à des faits de langage, il est utile de prendre appui sur des verbalisations, sur des explications, voire sur des justifications, des sujets questionnés pour attester des processus de construction qui se déroulent sur les divers plans que nous venons d'esquisser.

Dans le domaine de la résolution de problèmes, d'autres travaux de didactique des mathématiques (Brun et Conne, 1990; Brun, 1991) font clairement apparaître que le fonctionnement de l'élève aux prises avec un problème ne peut être purement et simplement reconduit à «une logique interne aux conduites du solutionneur de problème, sans interroger le rôle de la situation». Il apparaît notamment que les épistémologies professorales les plus courantes imposent à l'enseignant non seulement de concevoir les questions mais de s'occuper aussi des réponses si les élèves ne les prennent pas suffisamment à leur charge: «le contrat didactique, écrivent Brun et Conne (1990), fait pour ainsi dire obligation au maître de pallier les pannes ou les insuffisances des interactions élève/situation, aussi bien conçues qu'elles aient été *a priori*». L'élève se trouve ainsi habitué, par l'exercice renouvelé du contrat didactique, à traiter des problèmes légitimes, comportant nécessairement une réponse et sous le contrôle d'un enseignant qui donne régulièrement des confirmations quant à la justesse ou non des réponses produites.

En reprenant le paradigme du problème «impossible», la recherche qui nous occupera plus spécialement ici introduit une rupture du contrat didactique habituel: il s'agit donc d'un moyen de recherche, d'une option de méthode pour entrer, expérimentalement, dans l'univers pratique que gère le contrat didactique et faire ainsi apparaître les axes de rationalité décrits. Selon certains travaux de métacognition (Allal et Saada-Robert, 1992), il apparaîtrait notamment que, devant une difficulté ou des situations nouvelles, le sujet serait amené à une prise en charge plus consciente des processus de régulation, d'où l'intérêt de recourir à des tâches quelque peu déconcertantes.

Une psychologie contextuelle de la résolution de problèmes mathématiques

Les conduites de pensée et de réponse de l'individu ont été décrites jusqu'ici comme étant intimement liées aux conditions institutionnelles, culturelles et interpersonnelles de leur émergence. Pour comprendre le comportement de réponse d'un élève face à une question impossible, il convient de faire encore un détour du côté de travaux qui mettent en évidence des effets du contexte sur la résolution de problèmes arithmétiques.

Nous mentionnerons tout spécialement les recherches de Saljö et Wyndhamn (1987) qui montrent que l'attribution d'un titre à une page de problèmes à résoudre affecte la version publique du travail de l'élève. Ainsi, selon que les élèves se

trouvent confrontés à une activité indiquant qu'il s'agit de «problèmes de mathématiques» ou de «problèmes de mathématiques: multiplication» avec une prégnance plus ou moins grande (d'après les caractères typographiques utilisés) de l'information, renforcée ou non par un exemple précis de résolution tel qu'attendu, certains élèves vont plutôt faire apparaître une multiplication pour résoudre un problème de contenance.

Afin d'étudier le fonctionnement cognitif de l'élève en situation scolaire, Brossard et Wargnier (à paraître) ont repris ce type de recherches, en mettant ainsi en évidence l'existence de niveaux d'analyse supposés articulés entre eux: le niveau des représentations sociales que l'élève élabore à la fois du maître et de soi-même en tant qu'élève et qui aurait un rôle de repérage dans les situations; le niveau didactique faisant appel aux contenus mais aussi aux stratégies didactiques des maîtres. Afin de nuancer ultérieurement leur analyse du fonctionnement cognitif des élèves en situation scolaire, ces auteurs suggèrent également de distinguer la *tâche* (en tant qu'énoncé des différents problèmes et questions qui clôturent l'énoncé) du *contexte* (défini ici comme «ensemble des indices appartenant à l'environnement social», indices pouvant être retenus comme pertinents ou non par les enfants)⁸. De ces recherches, il ressort notamment que les élèves qui ont par ailleurs un statut scolaire «faible» se révèlent tout spécialement sensibles à la prégnance du contexte manipulé expérimentalement au travers de l'intitulé attribué à la tâche.

D'autres importants travaux, en particulier Carraher, Carraher et Schliemann (1985, 1987), Lave (1988), Reed et Lave (1981), ont également souligné l'impact des dimensions contextuelles et culturelles dans l'émergence de stratégies cognitives dans le traitement de problèmes arithmétiques. Diverses études ethnographiques de ces chercheurs (pour une revue récente voir Nunes, 1992 et Nunes, à paraître) ont notamment montré les différences de stratégies selon la forme orale ou écrite de traitement des problèmes arithmétiques et selon le lieu (la salle de classe ou la rue) dans lequel les problèmes ont été présentés.

Dans nos propres travaux (Perret-Clermont, Schubauer-Leoni et Grossen, 1991; Schubauer-Leoni, 1990; Schubauer-Leoni *et al.*, 1991), nous avons également observé que les réponses produites par les élèves interrogés dans la classe ne sont pas du même ordre que celles données (avec le même expérimentateur et par une population d'élèves comparables sur le plan des compétences mathématiques en jeu) en dehors de la classe, dans une situation de face-à-face avec l'expérimentateur. Un effet similaire, mais qui reste à vérifier, a été obtenu en manipulant le rôle attribué à l'expérimentateur⁹. Ces différents travaux s'intéressent à l'individu en contexte et cherchent dans l'interaction individu/situation les raisons de son comportement. C'est un même principe qui préside aux recherches de didactique, bien que l'objet d'étude premier soit, dans ce cas, la situation elle-même, en tant que «milieu», au sens de Brousseau (1991), d'élaboration des connaissances par le sujet didactique.

Les «bons» énoncés de problèmes et les autres

Un deuxième type de travaux auquel nous voulons encore faire référence est celui traitant des énoncés de problèmes et de la conscience qu'auraient les enfants de ce qu'est un «bon» énoncé ou un «énoncé bien formé». À la suite des travaux de De Corte et Verschaffel (1983) concluant à l'ignorance qu'ont les élèves de CP (6-7 ans) à ce sujet¹⁰, Brissiaud (1988) a fait appel au paradigme du problème «absurde», – déjà expérimenté en 1980 par l'équipe élémentaire de l'Institut de recherche en enseignement des mathématiques (IREM) de Grenoble (1980) –, pour tester la même hypothèse. Sa conclusion est que tous les élèves perçoivent une certaine anomalie dans un problème insoluble; c'est seulement de la décision de son rejet dont certains se révèlent «incapables»¹¹.

Cette recherche n'est pas isolée, bien d'autres travaux ont fait appel à des problèmes du style «quel est l'âge du capitaine?» pour, notamment, dénoncer un type d'enseignement (Baruk, 1985) ou pour chercher à modifier expérimentalement le comportement des élèves et expliquer ainsi les mécanismes psychosociaux sous-jacents à un tel comportement (Are, 1988; Alves Martin et Carvalho Neto, 1990; Giosuè, 1992). À ce propos, les travaux de Giosuè (1992) indiquent clairement que le moyen le plus efficace pour faire disparaître l'anomalie que représentent les réponses massives des élèves à des problèmes impossibles pour l'adulte est de les ériger explicitement en objets d'enseignement au sein du contrat didactique habituel, en leur donnant ainsi un statut didactique à part entière. La richesse des observations et des données de cette dernière recherche souligne notamment la part de l'enseignant et donc la gestion contractuelle des actes de réponse produits.

Chevallard (1988) s'était déjà emparé des problèmes dits absurdes pour montrer l'existence et le fonctionnement du contrat didactique. C'est tout spécialement à propos de la parution de l'article de l'IREM de Grenoble «Quel est l'âge du capitaine?» (1980) qu'il a élaboré son cadre conceptuel du contrat didactique. En discutant l'attribution d'absurdité habituellement faite à ce type de problèmes, Chevallard (1988) précise qu'ils s'inscrivent dans le cadre d'une recherche sur le contrat plutôt que sur les enfants. Il introduit la notion de pertinence des énoncés de problèmes, en distinguant la pertinence mathématique de celle qui guide les estimations de la vie quotidienne¹². De plus, et ceci est central pour notre analyse, il est amené à distinguer l'existence de deux logiques, l'une (sacrée), sous le couvert du contrat didactique, qui fait dire aux élèves que le capitaine a 26 ans à partir du nombre de chèvres et de moutons qu'il a sur son bateau, l'autre logique (profane) qui les pousse à déclarer, parfois et à la demande de l'adulte, qu'ils ne voient pas vraiment le rapport entre des moutons et un capitaine! Pourtant, dit Chevallard (1988), ces logiques coexistent tout en occupant des fonctions différentes au sein de l'interaction didactique: seule la réponse au problème est requise par le contrat didactique, tandis que le commentaire s'inscrirait, lui, dans le registre épидidactique¹³. L'élève n'aurait donc pas comme tâche, selon un contrat didactique habituel, de s'occuper de la légitimité de la question.

Dans le prolongement de Chevallard (1988), ce qui nous intéresse surtout n'est pas de considérer au premier degré la réponse publique de l'élève pour en tirer l'indice d'un symptôme de dysfonctionnement de l'élève, de l'enseignement ou de l'école en tant qu'institution, mais plutôt de traiter cette réponse comme la manifestation de conflits de rationalités se situant sur l'axe privé/public. Une approche de ce type peut ainsi nous instruire à la fois sur la nature du contrat didactique habituel, sur celle du contrat expérimental en jeu et sur le fonctionnement de l'élève.

De l'âge de la maîtresse à la surface du terrain

Notre expérience a été effectuée dans quatre classes de cinquième et de sixième années de la scolarité élémentaire (élèves de 10-11 ans et de 11-12 ans) du canton de Genève en Suisse. Les classes sont mixtes et composées d'élèves issus des trois couches sociales favorisée, moyenne et défavorisée. Trois classes ont été testées collectivement, chaque élève répondant par écrit dans le contexte de la salle de classe, tandis que la quatrième classe, celle de cinquième année, a fait l'objet d'entretiens individuels en dehors de la salle de classe¹⁴. Les productions écrites et les explications verbales de chaque élève de cette dernière classe ont ainsi pu être analysées finement et se prêtent tout spécialement à l'étude de l'articulation entre dimensions publiques et privées de l'acte de réponse. Ce seront donc ces comportements d'élèves que nous traiterons exclusivement ici¹⁵.

Le scénario expérimental est organisé autour de quatre tâches qui se suivent et qui sont pensées de façon à introduire, progressivement, une rupture dans le contrat didactique habituel. En effet, si la première tâche est une tâche préparée par l'enseignant lui-même et qui s'insère parfaitement dans l'évolution du contrat didactique de la classe¹⁶, les trois autres tâches sont préparées par nos soins. La deuxième tâche comporte un énoncé de problème complexe mais abordable, selon l'avis préalable des enseignants, et donnant lieu à trois réponses pour les trois inconnues du problème¹⁷. La troisième tâche prévoit l'énoncé du problème suivant: «Un paysan a 87 rangées de 150 laitues. Quelle est la surface du terrain?» Il s'agit donc d'un problème sans solution et qui fait appel à une notion complexe à ce niveau de la scolarité, la notion de surface. Nous reviendrons plus loin sur cet aspect de l'analyse de la tâche. Enfin, le quatrième et dernier problème est un problème absurde classique: «Dans une classe, il y a 12 garçons et 15 filles. Quel est l'âge de la maîtresse?»

Comment traiter du problème ou de la non-pertinence de la question

Le déroulement de l'entretien, en face-à-face, entre l'expérimentatrice et l'élève est réalisé en deux temps qui s'enchaînent.

Le temps 1, c'est le moment du traitement des quatre problèmes. L'expérimentatrice se limite à donner les énoncés des problèmes et, sans faire de commentaire, elle recueille au fur et à mesure les réponses écrites des élèves tout en annonçant: «On en discute après.»

Le temps 2, c'est le moment de l'échange sur le travail fait. L'élève reconsidère ses réponses et éventuellement, il retraite les problèmes. Au cours de ce temps, les questions prévues du côté de l'expérimentatrice ont comme fonction de créer les conditions pour que l'élève puisse traiter de la pertinence du problème. Ainsi, une fois le travail de résolution terminé et la réponse écrite donnée, l'élève est engagé dans un autre type de tâche, géré par un autre type de contrat qui exige de l'élève qu'il tienne un discours habituellement expulsé du contrat didactique, soit le discours épидidactique au sens de Chevallard (1988). Dans le cadre de notre recherche, le scénario expérimental lui-même, balisé par les questions de l'adulte, rend du coup légitime ce qui ne l'est pas habituellement, à savoir prendre position sur le problème lui-même. Dans ce contexte de questionnement de la phase 2, non seulement il devient possible de parler du problème, mais cela fait partie des implicites du contrat expérimental nouvellement installé, au travers du changement de registre des questions, qu'il faille parler sur les problèmes! L'entrée en matière pour cette phase est marquée par une demande d'attribution d'échec ou de réussite: «Comment ça s'est passé? Tu penses que tu as réussi ou échoué?». Cette demande d'auto-évaluation est déjà une occasion offerte à l'enfant pour qu'il déclare un certain rapport à l'objet traité: «Va-t-il dire qu'il n'avait pas très bien compris ce qu'il fallait faire? Que la réponse lui paraît bonne? Que d'habitude il répond juste? Qu'il ne voit pas comment il pourrait faire autrement?» etc. Autant d'indices susceptibles d'inaugurer l'apparition d'autres facettes de ce rapport. Ensuite, l'élève est invité à dire s'il a déjà fait des problèmes comme ceux-là en classe, s'il s'agit de «bons» ou de «mauvais» exercices, à quoi ils servent, etc.

Étant donné que cet échange a lieu juste après le traitement du dernier problème relatif à l'âge de la maîtresse, c'est ce dernier problème qui a le plus mobilisé les temps de parole respectifs et, pourtant, le problème de la surface se révèle d'un intérêt tout particulier puisqu'il permet de poser plus profondément le problème de l'articulation entre les conflits en présence. En effet, comment dissocier ce qui relève de la complexité du problème, à savoir la notion de surface, et ce qui relève du jeu contractuel relatif à ce qu'il est permis plutôt que nécessaire de dire et de faire dans une telle conjoncture? Bien que les faits expérimentaux que nous allons traiter ne permettent pas de répondre complètement à cette question, puisque nous n'avons pas vérifié quel serait le comportement des élèves face à un «bon» problème de surface, de façon à distinguer ce qui relève de conflits notionnels et ce qui relève des perturbations introduites par notre problème en rupture de contrat, ils permettent au moins de l'aborder. D'autres recherches sont envisagées pour cerner plus précisément cette articulation.

La notion de surface et le contrat didactique

Les travaux de didactique des mathématiques, en s'appuyant sur les travaux piagétien d'épistémologie génétique (Piaget et Inhelder, 1948; Piaget, Inhelder et Szeminska, 1948; Vinh-Bang et Lunzer, 1965), ont bien montré la complexité du champ conceptuel que représentent les mesures spatiales de longueur, de surface et de volume en tant qu'objets d'enseignement et d'apprentissage (Rogalski, 1982; Vergnaud, 1983). Selon Rogalski (1982), dans le développement cognitif, les mesures spatiales «sont à l'articulation de concepts "physiques", relatifs aux propriétés des transformations des objets matériels et de concepts "spatiaux" qui interviennent dans l'organisation des activités cognitives sur l'espace.» De plus, ces mesures nécessitent des coordinations entre des aspects numériques et des aspects liés à la représentation qualitative de l'espace. Une part essentielle dans tout problème de mesure repose sur le concept d'unité; or, construire et utiliser une unité de mesure suppose la synthèse entre deux opérations, à savoir la partition et le déplacement. Dans le contexte scolaire, les élèves prennent l'habitude, assez précocement, d'associer le travail sur les mesures à des unités conventionnelles données toutes faites, ce qui ne signifie pas pour autant qu'ils aient ainsi construit le concept mathématique d'unité de mesure¹⁸. Le champ conceptuel des mesures spatiales est donc fort complexe et, bien que les premières conservations sur la longueur et la surface sont construites vers 7-8 ans, la différenciation périmètre-surface ne semble pas acquise avant 12 ans (Vinh-Bang et Lunzer, 1965).

En ce qui concerne la mesure des surfaces, les objectifs officiels pour l'année scolaire étudiée (cinquième année du primaire, élèves de 10-11 ans) sont les suivants: «mesure de la surface d'un polygone par pavage, avec choix d'une unité adéquate; introduction d'une unité usuelle, à savoir le cm^2 ; découverte de la règle du calcul de l'aire d'un rectangle; détermination de l'aire d'un polygone décomposable en rectangles, sur quadrillage» (Chastellain, Jacquet et Michlig, 1984).

Le problème tel que nous l'avons formulé devient ainsi particulièrement trompeur puisqu'il véhicule l'idée de pavage en faisant appel à une unité pour le moins peu usuelle: une laitue. De plus, les laitues vont si bien pour couvrir un champ, ce qui fait que sémantiquement le problème se tient! Et encore, l'élève qui a appris que pour trouver l'aire, «il faut faire une multiplication» et qui recherche les nombres nécessaires dans l'énoncé trouvera aisément «150» et «87» nécessaires. La concordance des indices est alors frappante et parfaitement en accord avec les règles les plus courantes du contrat didactique qui n'invite pas à la suspicion quant au bien-fondé d'un énoncé de problème. La légitimité de ce problème apparaît d'autant moins questionnable que la tâche intervient juste après deux problèmes typiques du cadre et du contrat scolaires. Et pourtant, les enseignants des élèves questionnés semblaient tous persuadés que leurs élèves auraient immédiatement vu et dénoncé la supercherie!

Compte tenu de l'ensemble des éléments que nous venons d'évoquer et contrairement à l'avis des maîtres, nous nous attendions à un recours important à une réponse écrite sous forme multiplicative ou à toute autre composition (surtout additive) des quantités données dans l'énoncé. L'analyse devrait alors mettre en évidence d'éventuelles traces de conflit entre l'obligation qu'impose le contrat didactique habituel, celles que libère le contrat expérimental proposé et la nature des informations dont dispose l'élève à partir du problème. En revanche, nous nous attendions à un rejet nettement plus important pour le dernier problème, l'âge de la maîtresse, dont l'impossibilité¹⁹ paraît plus évidente, quoiqu'elle ne soit pas nécessairement avouable même dans le contexte expérimental décrit.

Les réponses aux problèmes impossibles

Une première partie de notre analyse va porter sur l'ensemble des réponses des 22 élèves de la classe de cinquième année; ensuite, nous entrerons dans le détail des face-à-face entre l'expérimentatrice et des élèves. Il s'agira de quatre élèves choisis pour illustrer quatre positions et rapports différents aux problèmes.

Les catégories de réponses écrites²⁰ au problème de la surface

Division – Deux élèves ont divisé 150 par 87. Comme réponse, un des deux a donné le reste soit 53 et l'autre, le quotient soit 1,72. Aucun des deux n'a mentionné une unité.

Soustraction – Deux élèves ont soustrait 87 de 150. Le premier a répondu 63. Le second a fait une erreur de calcul: il a répondu 70. Ici non plus, aucune mention d'une unité.

Addition – Deux élèves ont additionné 150 et 87. L'un des deux a répondu 237 m. L'autre a donné comme réponse 250 m.

Multiplication – Seize élèves ont multiplié 150 par 87. Leurs réponses, tout en étant toutes d'ordre multiplicatif, tendent à se diversifier du fait non seulement des erreurs de calcul mais aussi des différentes unités choisies. Sur les seize, huit élèves n'ont pas mentionné d'unités. Parmi eux, cinq ont trouvé 13 050, les trois autres ont concédé quelques erreurs de calcul. C'est le cas par exemple de l'élève qui a répondu 13 137. Les huit autres élèves ont indiqué le «nom» de l'unité de mesure utilisée. Trois élèves ont ainsi répondu «13 050 m²», un autre a donné comme réponse «13 050 m³», un autre «12 050 m²», un autre encore «13 050 laitues» et le dernier «13 150 laitues».

Dans cette classe, interrogée par une expérimentatrice dans une interaction en face-à-face, aucun élève ne refuse le problème lors de la phase écrite de résolution; de plus, tous les élèves font appel à l'une ou l'autre des opérations arithmétiques apprises à l'école, en composant les quantités de l'énoncé.

Nous constatons ainsi qu'au-delà de la difficulté que pose la notion de surface, parmi les élèves qui ont fait appel à la multiplication, un nombre non négligeable semble vouloir jouer sur les contraintes du problème en résolvant le conflit soit par l'affichage de «laitues», soit par la transformation dans une unité de mesure plus conforme à leur notion scolaire de surface (m^2 et m^3 !).

Les catégories de réponses écrites au problème de l'âge de la maîtresse

Addition – Sur les vingt-deux, seize élèves ont composé 12 et 15 et trouvé 27. Deux d'entre eux ont essayé aussi les autres opérations (soustraction, multiplication et division) mais pour finir, ils n'ont retenu que le résultat de l'addition. Il est à souligner que sur les seize, seuls cinq élèves ont spécifié qu'il s'agit de «27 ans», les autres s'étant contentés de noter «27».

Impossible – Trois élèves sont dans ce cas. L'un d'eux a répondu: «On ne peut pas savoir l'âge de la maîtresse en sachant le nombre d'élèves». L'autre a écrit: «On ne peut pas savoir parce qu'on ne sait pas si elle est vieille ou jeune». Le troisième a répondu simplement: «On ne peut pas savoir».

Feuille blanche – Trois élèves sont dans cette catégorie.

Bien que nous retrouvions un nombre non négligeable d'élèves qui répondent par un calcul, même dans ce quatrième problème, nous constatons que, parmi les élèves qui ont traité le problème de la surface, certains s'autorisent ensuite à rejeter le problème de l'âge de la maîtresse. L'analyse des extraits de protocoles pour les deux temps de l'entretien et pour les deux problèmes nous aidera à nuancer plus finement cette approche des résultats.

Quatre élèves et leurs comportements face aux problèmes impossibles

Nous situerons d'emblée ces quatre élèves à partir d'une synthèse de leur position face aux deux problèmes. Le tableau 1 permet de les situer dans le temps en fonction des signes que nous avons pu repérer dans les protocoles relatifs à leur rapport au problème.

Tableau 1
Indices des positionnements face aux problèmes

Élèves	Le problème de la surface du terrain		Le problème de l'âge de la maîtresse	
	Temps 1	Temps 2	Temps 1	Temps 2
Sam	±	±	-	-
Lam	±	±	±	-
Elv	+	±	+	-
Vap	+	±	+	±

Légende: + L'élève fait les calculs (temps 1) ou les justifie (temps 2) sans laisser filtrer le moindre doute quant à leur pertinence.
 ± L'élève fait ou justifie ses calculs en tenant un discours qui témoigne sinon du rejet du problème du moins des doutes qu'il nourrit quant à la pertinence de ses calculs, voire d'un autre aspect de la tâche.
 - L'élève rejette explicitement le problème.

Les élèves sont indiqués par les trois premières lettres de leur prénom. Est également mentionnée, entre parenthèses, leur note trimestrielle de mathématiques au moment de la passation²¹.

Sam (6 sur 6) face au problème de la surface du terrain

Au temps 1,

[...]

Sam - Il faut dire combien de laitues ou bien combien mesure le terrain?

Exp. - La question est: «Quelle est la surface du terrain?»

Sam - Alors, combien il y a de laitues en tout?

Exp. - Qu'est-ce que tu crois?

Sam - Moi, j'hésite entre la laitue et pis combien il mesure.

[...]

Sam est un élève avec la note maximale en mathématiques (6). Dès le temps 1, il manifeste des doutes en cherchant à décoder les attentes de l'adulte. Intéressante l'alternative explicitée et qui renvoie au conflit entre savoir combien il y a de laitues en tout, ce qui correspond à ce qu'on peut trouver à partir des données du problème et la demande qui, elle, renvoie à la surface du terrain. Du coup, le conflit ne paraît résoluble qu'en sachant «ce qu'il faut DIRE»; c'est donc le versant public qui viendrait lever l'ambiguïté de l'énoncé et qui permettrait à l'élève de résoudre le conflit que lui procure l'énoncé du problème. Face au manque de secours du côté de l'adulte, l'élève semble se résigner au calcul et pose sa multipli-

cation, mais il ne renonce pas à son idée pour autant et engage de nouveau l'expérimentatrice dans une discussion.

[...]

Sam - (Juste après avoir fini la multiplication) Heu! bon là, j'sais pas, c'est 13 050.

Exp. - La surface c'est ça?

Sam - Je crois, si c'est les laitues, c'est ça; si c'est des mètres, on ne peut pas le faire puisqu'ils ne disent même pas si c'est un carré et combien mesure un côté, alors ils ne disent rien, c'est pas possible, ça doit être les laitues... ça doit être la surface des laitues.

[...]

Sam a bien identifié la non-pertinence de l'unité de mesure à sa disposition pour trouver la surface du terrain et il déclare dans un premier temps l'impossibilité du problème au nom d'un manque d'information à la charge d'inconnues («ils ne disent même pas»), mais finit par se soumettre au contrat didactique habituel en dépassant le conflit au profit d'une version adaptée de la notion de surface: «la surface des laitues».

Au temps 2, les questions successives de l'expérimentatrice ne l'ont pas aidé à rejeter plus nettement le problème. Il s'est de nouveau contenté d'un rejet conditionnel qui lui épargne la rupture du contrat didactique. Voici l'échange auquel a donné lieu la question de savoir s'il pense avoir réussi ou échoué.

[...]

Sam - [...] Si c'est des laitues, c'est réussi, mais si c'est autre chose, c'est pas réussi.

Exp. - Qu'est-ce que ça pouvait être d'autre?

Sam - Si c'est pas des laitues, j'sais pas qu'est-ce que c'est.

[...]

Exp. - Ça revient au même de trouver les laitues et de trouver la surface?

Sam - Oui, on dirait.

Exp. - On dirait. T'es pas très persuadé; si on trouve la surface, c'est pas les laitues?

Sam - Ah non, ça doit être les laitues puisque sinon on ne peut pas faire autre chose.

Exp. - Mmmm.

Sam - Si c'était toutes les laitues par ailleurs qui avaient la même longueur, on aurait pu trouver la surface du tout quoi, mais alors ils ne disent pas combien mesurent les laitues.

Exp. - Mmmm.

Sam - Ben alors, il faut compter les laitues, il y en a 13 050.

[...]

Sam est de plus en plus explicite, il a bien compris que le seul traitement possible est celui relatif à la quantité totale de laitues et que c'est le problème et le contrat dans lequel il croit être qui l'obligent à superposer le nombre de laitues avec la surface: «On dirait que ça revient au même», dit-il, en faisant porter à la situation le poids de ce glissement. Enfin, si on avait pu savoir combien mesure une laitue et en étant sûrs qu'elles ont toutes la même dimension, on aurait pu trouver la surface! La logique scolaire du pavage est alors retrouvée et le problème sauvé. Voici un bel exemple de rectification du problème lorsque l'énoncé tend à l'éjecter du contrat.

Sam face au problème de l'âge de la maîtresse

Dès le temps 1, il rejette directement et spontanément le problème sans poser aucun calcul écrit. L'élève n'a pas attendu plus de 30 secondes pour accoucher d'un rejet sans équivoque: «C'est impossible, moi je trouve que c'est pas possible». L'insistance de l'expérimentatrice n'entame pas sa décision.

Au temps 2, face aux questions successives de l'expérimentatrice, Sam ne sera jamais tenté de faire le moindre calcul. Ainsi, par exemple, lorsque l'expérimentatrice lui demandera de dire s'il a réussi ou échoué, Sam répondra: «J'ai réussi parce qu'ils ne disent rien du tout, ils disent seulement qu'il y a 12 garçons et pis après, ils demandent l'âge de la maîtresse: c'est pas possible, j'peux rien savoir».

Lam (5 sur 6) face au problème de la surface de terrain

Au temps 1, l'élève, désignée par ailleurs par l'institution comme étant plutôt bonne en mathématiques (5 sur 6), lit vite le problème et pose la multiplication.

[...]

Lam - Il y a chaque fois 150 laitues dans une rangée?

Exp. - Qu'est-ce que tu penses toi? Qu'est-ce que tu crois? Comment tu comprends le problème?

Lam - J'ai fait 87 fois 150.

Exp. - Oui et puis... t'es pas persuadée?

Lam - Non.

Exp. - Non? Qu'est-ce qui t'embête là-dedans?

Lam - J'sais pas. (Petit rire). J'suis pas sûre du résultat.

Exp. - T'es pas sûre du résultat; qu'est-ce que tu trouves?

Lam - C'est pas que ça fait un peu beaucoup mais...

Exp. - Tu trouves que ça fait un peu beaucoup?

Lam - Un peu. (Rire)

Exp. - Un peu.

Lam - Comme ça, ça fait quand même presque... 87, c'est presque 100, alors ça fait presque 1 500.

[...]

Le comportement de Lam lors du temps 1 montre qu'elle cherche à obtenir des indices supplémentaires. Ne trouvant pas plus d'information du côté de l'adulte, elle se rabat (publiquement du moins) sur le résultat trouvé et, par des formules, exprimant constamment le doute, elle cherche le registre supposé pertinent du côté de l'adulte. Sa tactique, très prudente et qui lui permet de sauver la face, est donc la suivante. D'abord, elle se renseigne sur les données du problème et sur leur possible interprétation («chaque fois 150 laitues dans une rangée?»); ensuite, elle se réfère au choix multiplicatif («j'ai fait 87 fois 150»), elle dénote une certaine gêne (petit rire) et désigne le résultat et sa grandeur. Si nous nous arrêtons à ces indices, on pourrait faire l'hypothèse que Lam n'est pas sûre d'avoir fait juste son calcul ou bien qu'elle hésite entre une solution de type additif (estimation d'un résultat plus petit?) et celle de type multiplicatif proposée, il faudra donc attendre le temps 2 pour se rendre compte de l'aspect contractuel de sa gêne.

Au temps 2, l'expérimentatrice relance la question de la surface. Lam est embarrassée.

[...]

Exp. - [...] Tu sais qu'est-ce que c'est qu'une surface?

Lam - C'est... euh... combien y prend le terrain, de mètres carrés?

Exp. - Mmmm.

Lam - Combien y fait de mètres carrés?

Exp. - Et c'est ça que t'as cherché?

Lam - Oui.

Exp. - Oui et puis alors qu'est-ce que t'as trouvé?

Lam - J'ai trouvé 1 350 (sur la feuille, est noté 13 050).

Exp. - 1 350... tu n'es pas très persuadée de ce résultat?

Lam - Non. (Sourire)

Exp. - Non, redis-moi un peu ce qui te semble ne pas aller.

Lam - ... J' pense que l'opération, j'ai fait juste mais je... j' pense que ce que j'ai fait, c'est pas ce qu'il fallait faire.

Exp - Ah bon, qu'est-ce qu'on aurait pu faire d'autre?

Lam - ... Ben... j'sais pas.

[...]

Lam n'a donc pas de doute quant à la justesse de son calcul, mais sans pouvoir dénoncer le problème, elle prend sur elle la difficulté qu'elle a à décoder les attentes spécifiques à son égard et puisqu'il faut faire quelque chose (voir les règles pérennes du contrat didactique), elle préfère afficher publiquement qu'elle ne sait pas.

Lam face au problème de l'âge de la maîtresse

Au temps 1, Lam finit par écrire «27» tout en disant qu'«on ne peut pas savoir parce qu'il faudrait des indices». Questionnée sur la nature de tels indices, elle précise: «J'sais pas moi, dire que son âge est un multiple de 9». L'écriture additive sera en fait extorquée, au sens que donne à ce mot Perret-Clermont, Schubauer-Leoni et Trognon (1992), par l'expérimentatrice qui mettra l'élève devant l'obligation de choisir entre «ne rien mettre», «mettre 27» ou «mettre que c'est impossible».

Au temps 2, Lam affichera en revanche clairement sa distance au problème en rigolant franchement, en disant que le problème est «impossible» et qu'il sert à «souhaiter bon anniversaire à la maîtresse!».

Elv (4 sur 6) face au problème de la surface du terrain

Au temps 1, Elv, élève «moyen» d'après ses notes en mathématiques (4) a posé la multiplication qu'il a résolue avec une erreur dans l'addition. Il a ensuite rendu sa feuille sans commentaire et sans manifester la moindre hésitation.

Au temps 2,

[...]

Exp. - La surface, alors là t'as réussi tu m'as dit.

Elv - Pas tellement.

Exp. - Pas tellement, mais alors, qu'est-ce qui te semble pas juste?

Elv - Euh, le résultat.

Exp. - Pourquoi? Qu'est-ce qu'il a de faux?

- Elv - Euh, j'savais pas vraiment si c'est 150 fois 87.
 Exp. - Oui.
 Elv - Ou bien d'autres choses.
 Exp. - D'autres choses, par exemple?
 Elv - Opérations plus ou fois, en tout cas, pas diviser.
 Exp. - En tout cas pas diviser?
 Elv - Non, ni moins, enfin, plus ou fois.
 Exp. - Mmmm.
 Elv - Je dirais plutôt fois.
 Exp. - Plutôt fois, pourquoi plutôt fois?
 Elv - Parce que... euh... pour 150 laitues, il faut avoir beaucoup de place.
 [...]

L'hésitation d'Elv semble se manifester essentiellement en regard de la notion de surface; il déclare en effet au temps 2 qu'il ne sait pas s'il faut faire «plus» ou «fois». Une telle hésitation, l'élève pourrait en effet l'avoir face à n'importe quel problème de surface bien formé et force est de constater que, dans cette recherche, nous ne nous sommes pas donné les moyens de savoir s'il aurait aussi hésité entre une composition additive et une de type multiplicatif, comme c'est le cas pour Elv face à un problème de surface qui ne lui propose pas une unité de mesure adéquate. Faute de pouvoir dissocier ces aspects, relevons tout de même que, dans le cas d'Elv aussi, son doute ne parvient pas à le détourner des laitues pour lesquelles «il faut avoir beaucoup de place»! Cela dit, le comportement d'Elv au temps 2 est d'un autre ordre que celui tenu par ses camarades Sam et Lam; au sens strict, il n'est pas possible d'inférer un doute de sa part quant à la pertinence du problème.

Elv face au problème de l'âge de la maîtresse

Au temps 1, comme pour le problème précédent, Elv pose immédiatement son opération sous forme d'addition et rend la feuille. Il s'applique notamment à ajouter «ans» au résultat 27 obtenu par la mise en colonne du 15 et du 12. Il ne fait toutefois aucun commentaire et ne donne aucun signe apparent d'étonnement.

Au temps 2, en revanche, à la première contre-suggestion de l'expérimentatrice – en lui demandant de dire ce qu'il pense de ses collègues qui disent que le problème est impossible – il changera résolument d'avis, comme s'il découvrirait une nouvelle possibilité de comportement à l'intérieur du contrat nouvellement instauré: «Ils ont plutôt raison parce que là, on peut être 15 garçons et 12 filles tout le temps et pis la maîtresse, elle change d'âge». Elv s'empresse de biffer «27 ans» sur sa feuille et d'écrire «On ne peut pas savoir».

Vap (3 sur 6) face au problème de la surface

Au temps 1, Vap, élève déclaré faible au vu de ses notes moyennes en mathématiques (3 sur 6), est l'une des deux élèves de sa classe qui ont procédé par addition pour résoudre le problème de la surface du terrain. Après lecture du problème, elle a vite fait de poser son calcul: $150 + 87 = 237$. Elle regarde ensuite l'adulte avant de noter sur la feuille: «250 m».

Au temps 2, lorsque l'expérimentatrice a demandé «comment ça s'est passé?», Vap s'est empressée de répondre que «c'était dur!».

[...]

Exp. - Pourquoi c'était dur?

Vap - (Soupir) Parce qu'on ne pouvait pas savoir tellement combien de mètres il faisait le terrain.

Exp. - On ne pouvait pas tellement savoir. Pourquoi on ne pouvait pas savoir?

Vap - Il fallait le mesurer sur place.

Exp. - Il fallait le mesurer sur place? C'est ça que tu dis?

Vap - Oui.

Exp. - Puis avec ce qui est marqué sur le problème, on ne peut pas savoir?

Vap - Il faut être bonne en calcul.

Exp. - Il faut être bonne en calcul, puis t'es pas bonne en calcul?

Vap - Non, pas tellement.

[...]

Vap déclare aussi qu'on ne pouvait pas «tellement» savoir! Il fallait le mesurer sur place, dit-elle. Cette affirmation signifie-t-elle que l'élève a identifié l'absence d'unité de mesure adéquate? L'unité qu'elle cherche est en tout cas une mesure de longueur («combien de mètres il fait?») et non de surface.

[...]

Exp. - Alors, tu as réussi ou raté?

Vap - J'sais pas.

Exp. - Tu sais pas?

Vap - J pense mais je crois peut-être que j'ai raté, j'sais pas.

Exp. - Tu sais pas comment tu as fait; explique voir comment t'as fait.

Vap - Ben, j'ai fait 150 plus 87.

Exp. - Oui, pourquoi t'as fait ça?

Exp. - Parce que je crois que ça donnait la surface.

[...]

Vap face au problème de l'âge de la maîtresse

Au temps 1, l'élève est d'abord étonnée. Elle fait de grands yeux et demande à l'expérimentatrice: «Combien de filles?» L'expérimentatrice confirme: «Douze filles et 15 garçons.» Vap répond alors sans hésiter et, sans faire de calcul, écrit «27 ans».

Au temps 2, Vap ne croit pas trop aux 27 ans de la maîtresse. Elle maintient quand même la réponse parce qu'elle ne voit pas d'autres réponses possibles ou exprimables. Ainsi, face à la demande d'auto-appréciation en termes de réussite ou d'échec, elle répond sur le plan factuel tout en soupirant: «Ben, j'ai fait 12 plus euh... 15 [...] J'ai fait comme ça parce qu'autrement, j'aurais pas trouvé (rire)... Il n'y a pas d'autres façons de faire que comme ça... parce qu'on pouvait pas savoir parce qu'il y a bien des maîtresses qui sont vieilles et pis qui ont 15 garçons et pis 12 filles...!»

Conclusion

Les extraits relatifs au comportement public de réponse des quatre élèves nous paraissent bien illustrer les dynamiques relatives à la construction de réponses par les élèves face à des problèmes impossibles. La possibilité de s'exprimer publiquement sur la non-pertinence de la question apparaît surtout dans le cas du problème de l'âge de la maîtresse, problème que les élèves ont rejeté «en privé» tout en attendant de disposer des indices nécessaires sur le plan contractuel pour pouvoir en assumer la version publique. Remarquons à ce propos que parmi ces quatre élèves, seule Vap, l'élève déclarée par l'institution comme étant la plus faible en mathématiques, ne prend pas le risque de rejeter le problème par écrit. En revanche, ces mêmes quatre élèves manifestent un rapport différent au problème de la surface du terrain. La complexité de la notion en jeu semble ainsi venir troubler le rapport public/privé inhérent à l'acte de réponse. Les indices relatifs aux différentes rationalités en jeu dans le clivage public/privé diffèrent d'un élève à l'autre en montrant le tiraillement de chacun entre des aspects conceptuels propres au problème de la surface et ceux qui tiennent à la recevabilité supposée de la réponse fournie. L'intrication des constructions à l'œuvre est donc tout particulièrement intéressante à creuser dans ce cas de figure.

Les phénomènes en jeu restent toutefois fort complexes et le statut des résultats de cette étude mérite d'être repensé à la fois du côté de ce que l'on a appelé la psychologie contextuelle (science du sujet connaissant en contexte) et du côté de la théorie didactique (en tant que science des conditions didactiques d'émergence des connaissances et des savoirs enseignés). Nous avons développé ailleurs (Schubauer-Leoni et Grossen, à paraître) comment s'articulent théoriquement le contrat expérimental et le contrat didactique selon que les études se situent du côté de la psychologie ou de la didactique. Dans l'état actuel d'avancement de ces domaines scientifiques, bien que les différents paradigmes de recherche affichent

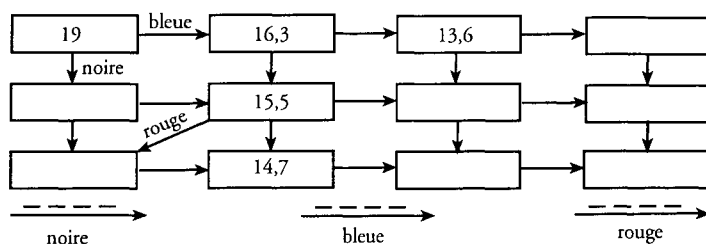
un modèle à trois, voire à quatre termes (questionneur, questionné, objet de questionnement et contexte; enseignant, enseigné, savoir enseigné et milieu), des centrations différentes d'une recherche à l'autre tendent à accentuer la part relative de certains termes du modèle par rapport à d'autres. Ainsi, des études qui se centrent sur l'effet du contexte sur les réponses de l'individu, si elles constituent une alternative à des théories qui considèrent les activités cognitives comme relevant de la seule réalité intra-individuelle, tendent toutefois à tomber dans l'excès opposé de réductionnisme social puisque l'interprétation du comportement de l'élève est surtout attribuée aux contraintes du contexte sans suffisamment tenir compte ni des constructions intersubjectives qui interprètent ces contraintes ni des contraintes cognitives propres à la tâche. Dans une autre perspective, des études qui analysent la construction de l'intersubjectivité entre questionneur et questionné tendraient souvent à sous-estimer les effets de contexte et les assujettissements institutionnels au profit des constructions permises par le *hic et nunc* interactif. Dans ce cas, la centration sur l'interaction tend d'ailleurs à faire perdre de vue aussi l'objet cognitif et son contenu.

Notre recherche à propos de problèmes impossibles n'échappe pas à ces tensions bien qu'elle ait été conçue dans la tentative de dépasser certains réductionnismes, qu'ils soient sociaux ou cognitifs. C'est dans ce sens que nous avons cherché à spécifier la nature des rationalités en jeu, en faisant apparaître des cogitations qui portent à la fois sur les opérations cognitives activées par des problèmes mathématiques contrastés, par la situation intersubjective de questionnement et par le cadre institutionnel de référence. Dédoublés en composantes publique et privée, ces différents plans de rationalité nous paraissent ainsi permettre d'accéder aux niveaux d'analyse nécessaires à une compréhension d'ensemble des phénomènes psychologiques et didactiques visés.

NOTES

1. Nous définissons pour l'instant de tels problèmes comme des problèmes «sans solution». Ce travail a été rendu possible grâce à un contrat du Fonds national suisse de la recherche scientifique (FNRS n° 1372-0.86, Perret-Clermont et Schubauer-Leoni) que nous tenons ici à remercier de son soutien.
2. Conformément à la «deuxième génération de travaux», au sens de Perret-Clermont *et al.* (1991*b*), du courant de psychologie sociale génétique.
3. Ces deux points de vue peuvent se retrouver cumulés auprès d'une même personne lorsque celle-ci se pose des questions auxquelles elle cherche à répondre; mais même dans ce cas, les deux points de vue ne se superposent pas dans le temps.
4. Nous émettons l'hypothèse qu'un tel espace n'est ni clos ni achevé mais au contraire constamment nourri par les négociations et par les apports culturels des interlocuteurs qui l'habitent et le créent par la même occasion.
5. Sur les mécanismes relatifs au processus de transposition didactique, voir Chevallard, 1985 et 1992; et Arsac, 1992.

6. La pertinence suppose que les acteurs se reconnaissent des interlocuteurs légitimes et pourvus de compétences linguistiques, pragmatiques et sociales; le principe de cohérence fait appel à l'existence de mondes supposés partagés, le principe de réciprocité suppose la possibilité pour chacun de collaborer à la construction de la référence et, enfin, le principe d'influence suppose le jeu sur et avec les enjeux dont la situation est porteuse.
7. Ce qui ne signifie pas que l'observateur et surtout le chercheur qui analyse les corpus de la recherche ne puissent en inférer des aspects et les interpréter à partir de l'ensemble des observables!
8. Cette distinction nous a d'ailleurs inspirés dans la différenciation que nous avons introduite dans les plans de rationalité A et B.
9. Dans ce cas, il s'agit d'une recherche sur la conservation de quantités discrètes auprès de jeunes élèves à qui l'expérimentateur s'adresse en se présentant tour à tour comme une *maîtresse* ou comme une *dame voulant faire un jeu avec les enfants*. Pour l'analyse et pour l'interprétation des résultats, voir Perret-Clermont *et al.* (1991) et Schubauer-Leoni *et al.* (1992).
10. Remarquons au passage qu'une telle conclusion est typique d'une analyse intra-individuelle ne faisant aucunement référence aux conditions d'émergence des conduites des sujets. L'épistémologie sous-jacente ne justifie pas non plus la distinction en termes de connaissance privée par rapport à connaissance publique: si l'enfant accepte (conduite publique) un problème «mal formé», c'est qu'il ne sait pas (la connaissance privée directement inférée de la version publique et se superposant à elle) ce qu'est un problème «bien formé».
11. Le lieu (locus) d'attribution reste l'élève, avec, dans ce cas, un déplacement vers une remise en cause de la personnalité de l'élève!
12. La notion de pertinence est, dans ce cas et contrairement à l'usage que nous en avons fait dans la note 7, directement en lien avec l'objet du discours.
13. À notre sens, cette analyse est à comprendre comme une description d'une réalité existante et non comme un commentaire appréciateur visant à dire «et c'est bien ainsi!». Penser les conditions d'émergence d'un autre type de rapport au contrat didactique ou penser l'existence d'un autre contrat didactique possible relève d'un autre type d'approche que celui adopté par Chevallard dans son analyse.
14. Cette classe est composée de 10 filles et de 12 garçons. Les élèves sont issus de la classe favorisée (18 %), de la classe moyenne (46 %) et de la classe défavorisée (36 %). La représentation des trois groupes socioprofessionnels est proche de la moyenne du canton de Genève pour l'année considérée.
15. Pour une analyse de l'ensemble des données de la recherche, voir Schubauer-Leoni et Ntamakiliro (à paraître).
16. Cette première tâche a, elle aussi, été donnée par l'expérimentatrice en dehors de la salle de classe.



- a) Trouve la signification de la flèche bleue et de la flèche noire.
- b) Complète le tableau.
- c) Quelle est la signification de la flèche rouge? Cherche à en placer d'autres.

17. L'énoncé du problème est le suivant: «Dans une maison habitent trois enfants et leurs parents. Les parents meurent et les enfants doivent se répartir l'héritage. Ils décident que le quart de l'héritage ira à Jean et que Paul aura 84 francs de moins que François. L'héritage étant de 884 francs, combien ira à Paul? à Jean? à François?».
18. La didactique des mathématiques a largement développé cette problématique du sens. Pour une analyse qui met notamment en perspective les diverses approches de la question du sens, voir Lemoyne, 1993.
19. Les problèmes sont considérés «impossibles» non seulement d'après la qualité intrinsèque de l'énoncé («absurde») mais aussi en fonction du contrat didactique auquel les élèves se réfèrent.
20. Lors du premier temps de l'entretien.
21. L'échelle des notes en vigueur à Genève va de 0 à 6. Dans cette classe, 18 % des élèves ont la note maximum, 59 % la note 5, 14 % la note 4 et 9 % la note 3. Il s'agit d'une classe jugée bonne par l'enseignante.

Abstract – This article illustrates the process of constructing answers to impossible problems. The authors describe a conceptual frame, related to issues at the intersection of psychology and didactics, which is used to develop a model to analyse the various reasoning strategies used in students' elaboration of responses. The choice of impossible problems of various complexities is in itself a research process that is particularly useful in demonstrating the effects of contracts (experimental and didactic) on students' responses and the interactions between «public» and «private» aspects of answer formulation. The authors provide examples of response productions of 10 and 11 year old students; these illustrate the elaboration strategies described above.

Resumen – Este artículo ilustra la dinámica de construcción de respuestas a problemas imposibles. Se presenta y discute un modelo de análisis de diferentes planos de racionalidad utilizados en la fabricación de respuestas de alumnos, en función del cuadro conceptual, que articula las problemáticas psicológicas y didácticas. La selección de problemas imposibles de diversos niveles de complejidad constituye, de este modo, un medio de investigación particularmente fructuoso para mostrar los efectos del contrato (experimental y didáctico) sobre las respuestas de los alumnos y sobre las complicaciones entre las dimensiones «públicas» y «privadas» en la elaboración de respuestas para el experimentador. Algunos ejemplos seleccionados de conductas de respuestas en los alumnos de 10-11 años ilustran los planos de construcción antes descritos.

Zusammenfassung – Dieser Artikel will die Dynamik des Aufbaus der Antworten auf unlösbare Aufgaben darstellen. Ausgehend vom Begriffsrahmen, der am Schnittpunkt der psychologischen und didaktischen Problematik liegt, wird ein Analysenmodell der verschiedenen bei der Konstruktion der Schülerantworten mitspielenden Vernunftebenen vorgelegt und erörtert. Die Wahl unlösbarer Fragen verschiedener Komplexität erweist sich so als eine besonders fruchtbare Forschungsweise, um für den Prüfenden sowohl die Auswirkung der Anweisung (experimental und pädagogisch) auf die Antworten der Schüler aufzuzeigen, als auch die Verflechtungen zwischen der «öffentlichen» und der »privaten» Dimension bei der Ausarbeitung der Antworten. Ausgewählte Beispiele von Verhaltensweisen von 10- bis 11-jährigen Schülern beim Beantworten illustrieren die vorab beschriebenen Aufbausketten.

RÉFÉRENCES

- Allal, L. et Saada-Robert, M. (1992). La métacognition: cadre conceptuel pour l'étude des régulations en situation scolaire. *Archives de Psychologie*, 60, 265-296.
- Alves Martin, M. et Carvalho Neto, F. (1990). A influência dos factores sociais contextuais na resolução de problemas. *Análise Psicológica*, VIII(3), 265-274.
- Are, B. (1988). *Significations sociales contextuelles et résolution de problèmes: influence sur l'élaboration et la gestion de stratégies comportementales et cognitives*. Mémoire de D.E.A., Université de Provence.
- Arsac, G. (1992). L'évolution d'une théorie didactique: l'exemple de la transposition didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112.
- Baruk, S. (1985). *L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques*. Paris: Seuil.
- Blanchet, A. (1987). Interviewer. In A. Blanchet, R. Ghiglione, J. Massonnat et A. Trognon, *Les techniques d'enquête en sciences sociales* (p. 82-126). Paris: Dunod.
- Brissiaud, R. (1988). De l'âge du capitaine à l'âge du berger. Quel est le contrôle de la validité d'un énoncé de problème au CE2? *Revue française de pédagogie*, 82, 23-31.
- Brossard, M. et Wagnier, P. (à paraître). Rôle de certaines variables contextuelles sur le fonctionnement cognitif des élèves en situation scolaire. *Bulletin de psychologie*.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 308-336.
- Brun, J. (1991). Analyse et expérimentation des situations didactiques en classe. L'exemple des mathématiques. *Études de linguistique appliquée*, 84, 111-120.
- Brun, J. et Conne, F. (1990). Analyses didactiques de protocoles d'observations du déroulement de situations. *Éducation et recherche*, 3, 261-286.
- Carraher, T. N., Carraher, D. W. et Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the street and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, 3, 21-29.
- Carraher, T. N., Carraher, D. W. et Schliemann, A. D. (1987). Written and oral mathematics. *Journal of Research in Mathematics Education*, 18, 83-87.
- Carugati, F. (1991). Interazioni, conflitti, conoscenze. In G. Gilli et A. Marchetti (dir.), *Prospettive sociogenetiche e sviluppo cognitivo* (p. 65-86). Milan: Raffaello Cortina.
- Chastellain, M., Jacquet, F. et Michlig, Y. (1984). *Mathématique, cinquième année. Méthodologie-Commentaires*. Genève: Office romand des éditions et du matériel scolaires.
- Chevallard, Y. (1988). *Sur l'analyse didactique. Deux études sur les notions de contrat et de situation*. Publication de l'Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques d'Aix-Marseille, 14.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique – Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La pensée sauvage (1^{re} éd., 1985).
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112.
- De Corte, E. et Verschaffel, L. (1983). *Beginning first graders' initial representation of arithmetic problems*. Document présenté au congrès annuel de l'American Educational Research Association, Montréal.
- Doise, W. (1985). Psychologie sociale et constructivisme cognitif. *Archives de Psychologie*, 53, 127-140.
- Elbers, E. (1986). Interaction and instruction in the conservation experiment. *European Journal of Psychology of Education*, 1, 77-89.
- Équipe «Élémentaire» de l'Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques de Grenoble (1980). Quel est l'âge du capitaine? *Bulletin de l'APMEP*, 323, 235-243.

- Ghiglione, R. (1986). *L'homme communiquant*. Paris: A. Colin.
- Ghiglione, R. (1987). Questionner. In A. Blanchet, R. Ghiglione, J. Massonnat et A. Trognon, *Les techniques d'enquête en sciences sociales*. Paris: Dunod.
- Gilly, M. (1991). Psicologia sociale delle costruzioni cognitive. In G. Gilli et A. Marchetti (dir.), *Prospective sociogenetiche e sviluppo cognitivo* (p. 21-45). Milan: Raffaello Cortina.
- Giosuè, F. (1992). *Quanti anni hanno la maestra e il capitano? Approccio psicosociale alla costruzione della risposta a problemi assurdi in contesto scolastico*. Doctorat dirigé en psychologie, Département des sciences de l'éducation, Université de Bologne.
- Grossen, M. (1988). *L'intersubjectivité en situation de test*. Cousset, Suisse: DelVal.
- Grossen, M. et Bell, N. (1988). Définition de la situation de test et élaboration d'une notion logique. In A.-N. Perret-Clermont et M. Nicolet (dir.), *Interagir et connaître*. Cousset, Suisse: DelVal.
- Grossen, M. (1993). Conséquences théoriques et méthodologiques d'un changement d'unité d'analyse pour l'étude des interactions entre enfants en situation de corésolution de problème. *Cahiers de psychologie*, 30, 17-37.
- Iannaccone, A., Perret-Clermont, A.-N. (à paraître). Qu'est-ce qui s'apprend? Qu'est-ce qui se développe? Communication au colloque «Les savoirs quotidiens. Les approches cognitives dans le dialogue interculturel» organisé par l'Académie suisse des sciences humaines, Sigriswil, Suisse, 24-29 septembre 1990.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, maths and culture in everyday life*. Cambridge, GB: Cambridge University Press.
- Lemoyne, G. (1993). La quête du sens dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. In Ph. Jonnaert et Y. Lenoir (dir.), *Sens des didactiques et didactique du sens* (p. 263-287). Sherbrooke: Éditions du CRP, Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke.
- Moscovici, S. (1984). *Psychologie sociale*. Paris: Presses universitaires de France.
- Nunes, T. (à paraître). Ethnomathematics and everyday cognition. In *Handbook for Research in Mathematics Education*. États-Unis: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nunes, T. (1992). Cognitive invariants and cultural variation in mathematical concepts. *International Journal of Behavioral Development*, 15(4), 433-453.
- Perret-Clermont, A. N. et Nicolet, M. (dir.) (1988). *Interagir et connaître*. Cousset, Suisse: DelVal.
- Perret-Clermont, A. N., Perret, J.-F. et Bell, N. (1991a). The social construction of meaning and cognitive activity in elementary school. In L. B. Resnick, J. M. Levine et S. D. Teasley (dir.), *Perspectives on socially shared cognition*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Perret-Clermont, A. N., Schubauer-Leoni, M. L. et Grossen, M. (1991b). Interactions sociales dans le développement cognitif: nouvelles directions de recherche. *Cahiers de psychologie*, 29, 17-39.
- Perret-Clermont, A. N., Schubauer-Leoni, M. L. et Trognon, A. (1992). L'extorsion des réponses en situation asymétrique. *Verbum*, 1-2, 3-32.
- Piaget, J. et Inhelder, B. (1948). *La représentation de l'espace chez l'enfant*. Paris: Presses universitaires de France.
- Piaget, J., Inhelder, B. et Szeminska, A. (1948). *La géométrie spontanée de l'enfant*. Paris: Presses universitaires de France.
- Reed, H. J. et Lave, J. (1981). Arithmetic as a tool for investigating relations between culture and cognition. In R. W. Casson (dir.), *Language, culture and cognition: Anthropological perspectives* (p. 437-455). New York, NY: McMillan.
- Rogalski, J. (1982). Acquisition de notions relatives à la dimensionalité des mesures spatiales (longueur, surface). *Recherches en didactique des mathématiques*, 3(3), 343-396.
- Rommervet, R. (1974). *On message structure*. Londres: Wiley.

- Saljo, R. et Wyndhamn, J. (1987). The formal setting as context for cognitive activities: An empirical study of arithmetic operations under conflicting premisses for communication. *European Journal of Psychology of Education*, 2(3), 233-245.
- Schubauer-Leoni, M. L. (1986a). *Maître-élève-savoir: analyse psychosociale du jeu et des enjeux de la relation didactique*. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation, Université de Genève.
- Schubauer-Leoni, M. L. (1986b). Le contrat didactique: un cadre interprétatif pour comprendre les savoirs manifestés par les élèves en mathématiques. *Journal européen de psychologie de l'éducation*, 1/2, 139-153.
- Schubauer-Leoni, M. L. (1988). L'interaction expérimentateur-sujet à propos d'un savoir mathématique: la situation de test revisitée. In A. N. Perret-Clermont et M. Nicolet (dir.), *Interagir et connaître*. Cousset, Suisse: DelVal.
- Schubauer-Leoni, M. L. (1990). Écritures additives en classe et en dehors de la classe: une affaire de contexte. *Résonances*, 6, 16-18.
- Schubauer-Leoni, M. L., Bell, N., Grossen, M. et Perret-Clermont, A. N. (1989). Problems in assessment of learning: The social construction of questions and answers in the scholastic context. In A. N. Perret-Clermont et M. L. Schubauer-Leoni (dir.), *Social factors in learning and instruction*. *International Journal of Educational Research*, 13(6), 671-684.
- Schubauer-Leoni, M. L., Grossen, M. (à paraître). Negotiating the meaning of questions in didactic and experimental contracts. *European Journal of Psychology of Education*, 4(8).
- Schubauer-Leoni, M. L. et Ntamakiliro, L. (en préparation). Chercher la solution d'un problème ou traiter de sa pertinence? *Interactions didactiques*, Université de Genève et Université de Neuchâtel.
- Schubauer-Leoni, M. L., Perret-Clermont, A. N. et Grossen, M. (1992). The construction of adult child intersubjectivity in psychological research and in school. In M. Von Cranach, W. Doise et G. Mugny (dir.), *Social representations and the social bases of knowledge*. Swiss Monographs in Psychology, 1, 69-77.
- Vergnaud, G. (1983). Didactique et acquisition du concept de volume. Introduction. *Recherches en didactique des mathématiques*, 4(1), 9-25.
- Vinh-Bang et Lunzer, E. (1965). *Conservations spatiales*. Études d'épistémologie génétique, XIX. Paris: Presses universitaires de France.
- Vygotsky, L. S. (1977). *Pensée et langage*. Paris: Éditions sociales.